תוכן עניינים

[בסיס מכניקת הזורמים 2](#_Toc518671313)

[הגדרת זורם 2](#_Toc518671314)

[מאמץ 2](#_Toc518671315)

[צמיגות 3](#_Toc518671316)

[שכבת הגבול 3](#_Toc518671317)

[שימושים של מכניקת הזורמים 4](#_Toc518671318)

[זרימה טורבולנטית 4](#_Toc518671319)

[נקודת מבט לגראנג'ית 5](#_Toc518671320)

[3D-PTV 5](#_Toc518671321)

[תכסית עירונית 7](#_Toc518671322)

[כוח גְּרָר 7](#_Toc518671323)

[מקדם הגרר 7](#_Toc518671324)

[חישוב הגרר 8](#_Toc518671325)

[חישוב בעזרת CD 8](#_Toc518671326)

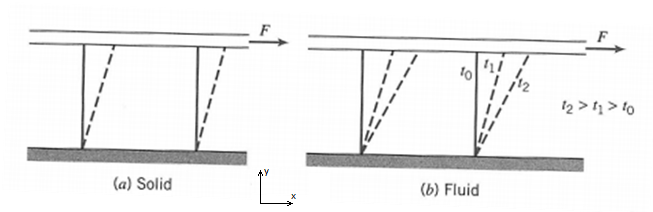
[חישוב בעזרת נוסחה מפורשת 8](#_Toc518671327)

[חישוב מתוך מדידות PTV 9](#_Toc518671328)

[References 10](#_Toc518671329)

# בסיס מכניקת הזורמים

## הגדרת זורם

מכניקת הזורמים הוא תת-תחום בפיזיקה החוקר את תנועתם של זורמים ואת השפעתם על הסביבה. אפשר להסתכל על זורמים באופן אינטואיטיבי. מובן מאליו כי מים או אוויר הם זורמים אך לא ניתן תמיד להחליט אם דבר מה הוא זורם או לא. מסיבה זו ומסיבות אחרות דרושה הגדרה פורמלית של חומר זורם. ההגדרה המקובלת היא זאת: זורם הוא כל חומר אשר תחת השפעה של מאמץ גזירה לא משנה עד כמה קטן, יתעוות ללא הפסקה (איור א'). הגדרה זו נשענת על ההגדרה של מאמץ גזירה.

### מאמץ

איור א: **המחשת מאמץ גזירה על מוצק ועל זורם**. צד שמאל (a) ההשפעה של מאמץ הגזירה (המסומן באות F) על מוצק – הוא שינה את צורתו ועכשיו הוא סטטי. צד ימין - השפעת מאמץ הגזירה על הזורם (b) – צורתו של הזורם משתנה כל הזמן. (Fox, McDoland, & Pritchard, 1998)

מאמץ (stress) מייצג כוחות פנימיים שחלקיקים בתוך חומר מפעילים אחד על השני. דוגמה פשוטה למאמץ הוא מצב בו מקפלים סרגל פלסטיק ועוזבים אותו. בגלל הכוחות הפנימיים בסרגל, הוא יחזור למצבו הקודם. אחד מסוגי המאמץ הוא מאמץ גזירה. מאמץ גזירה הוא הנטייה של חלקיקים להתרחק אחד מהשני על המישור אשר ניצב לקו המחבר ביניהם. הגדרה זאת מאוד פשוטה להמחשה בדו-ממד. אפשר לתאר שני חלקיקים (נקודות) ולחבר קו ביניהם, לאחר מכאן לצייר אנך אמצעי לקו הזה. האנך האמצעי הזה הוא המישור. עכשיו החלקיקים צריכים להתרחק אחד מהשני על מישור זה, כלומר כל אחד מהם זז בכיוון שונה מהשני בקו המקביל לאנך האמצעי.

## צמיגות

אחת מהתכונות המרכזיות של זורם היא הצמיגות שלו. הצמיגות מייצגת את היחס בין מאמץ הגזירה לשינוי מהירות הזורם על פי מיקום. למשל הצמיגות באויר א' תחושב בעזרת המשוואה הבאה:

(1)

כאשר u זה מהירות הזורם, זה מאמץ הגזירה, y הוא ציר ה-y ו היא הצמיגות. חשוב להבהיר כי בחלק מהזורמים יחס זה אינו לינארי, אך ברוב הזורמים בהם מתרכזים מחקרים היחס הוא לינארי.

## שכבת הגבול

עם ההבנה של מהו זורם, אפשר להתחיל לחקור אותו. הנחה שימושית מאוד כאשר חוקרים זורמים היא ההנחה שהזורם הוא בעל צמיגות אפסית (Inviscid flow). משתמשים בהנחה זו כאשר צמיגות הזורם כל-כך קטנה שאפשר להתעלם ממנה, למשל אוויר. כאשר מנתחים תעופה של כדור באוויר עם הנחה זו מגיעים למסקנה שעל הכדור לא פועל שום גרר (כוח הפועל בכיוון המנוגד לתנועה של עצם בזורם); הרי הלחצים שווים משני הצדדים והחיכוך זניח בתנאי חוסר צמיגות כמו שניתן לראות באיור ב' (a).



איור ב: **תנועת האוויר מסביב לכדור בזרימה צמיגית ולא צמיגית**. משמאל (a) רואים את השובלים של האוויר שמסומנים על ידי הקווים. ניתן לשים לב כי השובלים סימטריים לחלוטין ולכן כל תכונה שלהם סימטרית (למשל הלחץ בנקודה A שווה ללחץ בנקודה C), בנקודה B הלחץ הוא אפסי. מימין (b) ניתן לראות את שובלי האוויר כאשר מתחשבים ב No Slip Condition. אפשר לראות את שכבת הגבול מסומנת בקו מקווקו. נקודה D היא הנקודה בה הזורם "מתנתק" מהגוף ומתרחק ממנו. האזור שמסומן על ידי המילה 'Wake' הוא אזור בו הזרימה טורבולנטית. (Fox, McDoland, & Pritchard, 1998)

מה שפתר בעיה זו הוא התגלית של שכבת גבול. שכבת הגבול היא חלק מתנאי בשם   
"No Slip Condition" האומר כי מהירות חלקיקי הזורם בסמוך לגוף מסוים תהיה 0 יחסית לגוף זה. כתוצאה מכך נוצרת שכבה דקה בה מהירות הזורם עולה מ-0 למהירות המקסימלית שלו. בשכבה זו חיכוך הוא לא זניח (אפילו בזרימה ללא צמיגות) וקוראים לשכבה הזאת שכבת הגבול.

## שימושים של מכניקת הזורמים

מחקר במכניקת הזורמים תורם לעולם בתחומים רבים. אחד התרומות של מכניקת הזורמים הוא בעיצוב של כלי תחבורה, הרי מכוניות או מטוסים נעים דרך אוויר שמשפיע עליהם. תרומה נוספת של מכניקת הזורמים היא בכל תחום המתעסק עם זורמים באופן ישיר, כגון בנייה של משאבות או אוורור של חלל. בנוסף, פיתוחים בתחום מכניקת הזורמים עוזרים להבין תהליכים ביולוגיים שונים כמו מחזור הדם בגוף. (Fox, McDoland, & Pritchard, 1998)

# זרימה טורבולנטית

קיימים כמה סוגים של זרימה. זרימה לאמינרית וזרימה טורבולנטית. זרימה לאמינרית מתאפיינת בתנועה פשוטה וצפויה. דוגמה לזרימה לאמינרית היא זרם ממש חלש היוצא מברז, זרם זה נראה שקוף כמעט לחלוטין. מכיוון שזרימה לאמינרית היא רק לכיוון אחד ובמהירות כמעט אחידה, היא מאוד פשוטה לתיאור ומחקר.

במקביל לזרימה לאמינרית עומדת זרימה טורבולנטית. זרימה זאת מאופיינת בשינויים כאוטיים במהירות החלקיקים, כיוון תנועתם, הלחץ בזורם ועוד. דוגמה לזרימה זאת ניתן לראות בעת ערבוב כוס קפה, או בזמן זרימת גלים בים. בגלל האופן הבלתי צפוי שבו זרימה טורבולנטית מתנהגת, מאוד קשה לחקור את המתרחש בה. לא ניתן באופן פשוט לתאר את התנהגותם של החלקיקים בזרימה זאת, ולכן נידרש הרבה מחקר מעשי.

כדי לתאר עד כמה כאוטית זרימה מסוימת משתמשים במספר ריינולדס הנכתב כ- . הנוסחה למציאת מספר ריינולדס עבור מערכת כלשהי מחושב כ:



(2)

כאשר מייצג את שורש ממוצע ריבועי המהירות (root-mean-square או RMS). (האות היוונית ניו) מייצג את הצמיגות הקינמטית השווה ל (צמיגות חלקי צפיפות). L מייצג את הסדר הגודל של אורך הבעיה (לדוגמה עבור מהירות של כדור באוויר, סדר הגודל הוא קוטר הכדור).למעשה מספר ריינולדס מייצג את היחס בין כוחות אינרציה וכוחות צמיגיים בזורם. ככל שמספר ריינולדס גבוה יותר, התנועה יותר כאוטית. (Toschi & Bodenschatz, 2009)

# נקודת מבט לגראנג'ית

קיימות שתי שיטות מקובלות איתן חוקרים תכונות של זורמים: השיטה האוילרית והשיטה הלגראנג'ית. בשיטה האוילרית המדידות נעשות במיקום קבוע. כלומר, בתוך זורם הנע מודדים את תכונות הזורם במיקום סטטי כלשהו. דוגמה לניסוי אוילרי הוא מדידת מהירות של רוח בעזרת שבשבת. המערכת במקרה זה היא האטמוספרה בה זורם האוויר, מיקום המדידה הוא מיקום השבשבת, והתכונה אותה מודדים היא מהירות הרוח. ניסוח יותר פורמלי של השיטה האוילרית הוא כדלקמן: *מדידת תכונה של זורם במיקום בלתי משתנה*. למעשה החיישן מודד את התכונה של חלקיק הזורם שבמקרה נמצא באותו המקום, ולאחר שהחלקיק מתרחק מאזור זה לא מתייחסים אליו יותר.

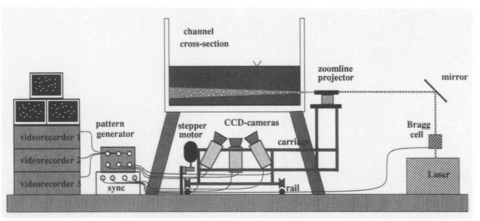
יתרון השיטה האוילרית היא שהיא פשוטה מאוד לניתוח ולניסוי (לדוגמה ניסוי השבשבת). למרות יתרון זה לשיטה זו גם חיסרון משמעותי, הרבה שאלות שאפשר לענות על זורם לא נענות בקלות או באופן ישיר בשיטה זו. דוגמה למצב כזה הוא אם נרצה לדעת את תאוצת האוויר, במקרה זה נדרשות כבר שתי שבשבות ואמינות המדידות יורדת (אי אפשר להיות בטוחים שחלקיקי האוויר בשבשבת הראשונה עוברים גם בשבשבת השנייה).

בשביל לענות על שאלות מסוג זה באופן ישיר ניתן להשתמש בשיטה הלגראנג'ית. בשיטה זו לבצע ניסויים בדרך כלל יותר יקר ויותר קשה, אך ניסויים בשיטה הלגראנג'ית עונים באופן ישיר על הרבה שאלות חשובות. עיקרון שיטה זו הוא שעוקבים אחרי חלקיק מסוים, ומודדים את תכונות הזורם במיקומו. דוגמה לניסוי לגראנג'י פשוט הוא סימון הזורם בעזרת חומר נראה כלשהו (למשל הכנסת בועות מימן לנוזל) והתבוננות בהתנהגות הסמן. במקרה זה באופן ישיר ניתן לדעת את מהירות הזורם, תאוצת הזורם ומסלול הזורם. (Toschi & Bodenschatz, 2009)

# 3D-PTV

Three-dimensional Particle Tracking Velocimerty (או 3D-PTV) היא אחת מהשיטות איתן חוקרים תנועה של זורמים. היתרון העיקרי של PTV הוא שהשיטה היא לאגראנג'ית ולכן נותנת מידע חשוב על הזורם באופן ישיר בכל מקום בשדה הזרימה ובנוסף בכלל אופי השיטה גם בכל שלושת המימדים. בנוסף PTV היא שיטה לא חודרנית שאינה משפיעה על הזורם. החיסרון של שיטת מדידה זאת היא שהיא מוגבלת למהירויות חלקיקים יחסית נמוכות ומספרי ריינולדס יחסית נמוכים.

העיקרון של PTV הוא צילום הזורם מכמה זוויות שונות (איור ג'), עיבוד התמונות המתקבלות כדי לגלות את המיקום של חלקיקים בכל רגע, וחיבור כל חלקיק בנקודת זמן אחת לחלקיק המתאים לו בנקודת הזמן הבאה . תהליך זה נותן לנו את המסלול של כל חלקיק בזורם. מכאן אפשר להשיג את המיהרות והתאוצה דרך חישוב פשוט של נגזרת.



איור ג: **דוגמה למבנה של ניסוי PTV.** ניתן לראות בתמונה את המצלמות (CCD-cameras) שמצלמות את המיכל השקוף עם הזורם מלמטה. מימין ניתן לראות מערכת המאירה לתוך המיכל ובכך עוזרת למצלמות לצלם את הסמנים (החלקיקים הלבנים בטנק). משמאל רואים את כל המערכת הנלוות למצלמות. בנוסף לזאת, אפשר לראות כי המצלמות מחוברות לעגלה (carriage) שנמצאת על מסילה (rail) כלשהיא. דבר זה נעשה כדי שיהיה אפשר להזיז את המצלמות עם כיוון הזרימה הממוצע. הזזת המצלמות הכרחית כי כך הן יצלמו את אותם החלקיקים למשך זמן ארוך יותר (במקום שהחלקיקים יצאו מהפריים) מה שמגביר דיוק. (Maas, Gruen, & Papantoniou, 1993)

כדי שיהיה ניתן לראות את התנועה בתוך הזורם צריך להכניס לתוכו חלקיקים המהווים כסמנים. חלקיקים אלו צריכים להיות כמה שיותר קטנים אך שעדיין יהיה ניתן לראותם. החלקיקים צריכים להיות בצפיפות דומה לצפיפות הזורם ובנוסף הם צריכים להיות מחזירי אור טובים. וכמובן שצריך להאיר את המערכת כך שיהיה ניתן לראות את הסמנים בקלות. אפשר לראות באיור ג' דוגמה למערכת תאורה וסמנים בתוך מיכל (Virant & Themistocles, 1997).

# תכסית עירונית

אחד מהמקומות בהם חשוב ומעניין לחקור את ההתנהגות של אוויר הוא בתכסית עירונית. אנשים רבים כיום חיים באזורים עירוניים, ולכן חשוב להבין כיצד אוויר מתנהג באזורים כאלה. הבנת התנהגות האוויר האזורים אלו עוזר לתכנן מבנים יציבים, להבין לאן זיהום אוויר מגיע ובאופן יותר מדויק לחזות את מזג האוויר. המחקר בתכסית עירונית מושפע מהרבה משתנים שונים שאינם מופיעים במקומות אחרים, למשל צפיפות הבניינים משפיע על מהירות הזורם ומספר הריינולדס של המערכת.

אחת ההשפעות של הבניינים על הזרימה הוא שינוי הגובה של שכבת הגבול, הקטנת המהירות, ויצירת מערבולות רבות. למרות שהמהירות של האוויר קטנה, הוא בכל זאת מתחיל לזרום באופן יותר כאוטי, הזרימה הופכת לטורבולנטית. (Britter & Hanna., 2003)

# כוח גְּרָר

אחד הכוחות החשובים הפועלים על גופים בזורם הוא כוח הגרר. כוח הגרר הוא הכוח הפועל בכיוון המנוגד לתנועה היחסית של עצם בזורם. כוח הגרר מורכב מהחיכוך בין הזורם לגוף ומהפרש הלחצים בין החלק הקדמי של הגוף לחלקו האחורי. כוח הגרר הוא כוח המשפיע על כל גוף הנע בתוך זורם ולכן חשוב לחקור אותו. כוח הגרר משפיע על מטוסים באוויר, על בניינים בזמן רוחות חזקות, על תאי דם אדומים הזורמים בדם ועוד.

## מקדם הגרר

ידוע כי ניתן לייצג כוח הגרר על פי מספר משתנים של המערכת והגוף עליו מדובר. כאשר גוף נע דרך זורם צמיגי ולא דחיס, ניתן לייצג את כוח הגרר כפונקציה של אורך הבעיה, מהירות הגוף, צמיגות הזורם וצפיפות הזורם (בסדר זה במשוואה):

(3) 

אפשר לפתח משוואה זו ולגלות כי -



(4)

כאשר A מייצג את שטח החתך של הגוף. על פי יחס זה הוגדר מקדם הגרר CD כאגף שמאל של משוואה 4 כפול 2.

למרות שהגרר מורכב גם מחיכוך וגם מהפרש לחצים, עבור מספריי ריינולדס גדולים, , כוח הגרר ברובו המוחלט נובע מהפרש לחצים. (Fox, McDoland, & Pritchard, 1998)

## חישוב הגרר

חלק חשוב מהמחקר על גרר הוא החישוב שלו. קיימות דרכים רבות לחישוב גרר. חלקן ישירות וחלקן עקיפות. חישוב הגרר צריך להיות לא רק מדוייק אלא גם מהיר. למשל אם רוצים לבנות תחזית למזג האוויר המדידות צריכות להיות מהירות כדי לשמור על רלוונטיות המידע. במקרה הנבדק נרצה לחשב את הגרר על בניינים. דבר זה שימושי כדי לחשב את הכוח שיופעל על הבניין, או לחשב את הכוח שיפעל על הרוח. הכוח שפועל על הרוח משפיע על תנועתה ולכן בעזרתו ניתן לחזות את מזג האוויר או לדעת לאן חזרום זיהום אוויר באזורים תעשייתים.

### חישוב בעזרת CD

אם נרצה לחשב את הגרר עבור בניין יהיה ניתן להשתמש במקדם הגרר הידוע עבור לוח שמאונך לזרם. ידוע כי קבוע הגרר משתנה עם מספר הריינולדס, אך למזלנו עבור לוח מאונך לזרם הקבוע לא משתנה עבור . בנוסף לתלות הזאת, הקבוע גם תלוי ביחס בין הרוחב לגובה הלוח, אך במקרה הנבדק הרוחב מאוד קטן ולכן אפשר להניח שהוא 0. כלומר היחס שואף לאין סוף. מקדם החיכוך של לוח מאונך לזרם עם יחס אין סופי במספרי ריינולדס מעל 1000 הוא 2.05 (Fox, McDoland, & Pritchard, 1998)

נשתמש בנוסחה 4 ונגיע לנוסחה:

(5)

ועכשיו נותר לבצע חישובים פשוטים למהירות הממוצעת ולהציב.

### חישוב בעזרת נוסחה מפורשת

דרך נוספת לחשב גרר היא עם הנוסחה (6) המפורשת לחישוב הגרר בעזרת סכום כוחות הלחצים וכוחות החיכוך.

(6)

כאשר: Vf היא הנפח שהזורם תופס במערכת, Sfs הוא שטח הפנים של הגופים עליהם פועל הגרר, ni הוא וקטור יחידה מ- Sfs ל- Vf, היא צפיפות הזורם, p הוא לחץ הזורם, הוא הצמיגות הקינמטית של הזורם, u זה מהירות הזורם, וקו עליון כמו ב- מסמן ממוצע על פי זמן.

בנוסחה האינטגרל הראשון הוא הכוח הנובע מהפרש לחצים והאינטגרל השני הוא הכוח הנובע מחיכוך. (Moltchanov, Bohbot-Raviv, & Shavit, 2011)

נוסחה שש נכונה אך מאוד מסובכת לחישוב. כדי לפשט את הנוסחה ניתן להשתמש בממוצעים על פי נפח ולקבל את הנוסחה הבאה (Brunet, Finnigan, & Raupach., 1994):

(7)

בנוסחה הצירים הם x, y, z עם המהירויות u עבור x ו-w עבור z. הצפיפות ו-p הלחץ.

בנוסף מצאו כי האיבר הכי ימיני בצד שמאל של המשוואה זניח יחסית לשאר האיברים ולכן ניתן להיתעלם ממנו. מעבר לזאת, מעל התכסית הנוסחה מצתמצת ל:

(8)

ובגלל שלחץ הוא הומוגני על ציר z ניתן להשתמש בחישובים מעל התכסית בשביל לדעת מהו הלחץ בתוך התכסית. (Moltchanov, Bohbot-Raviv, & Shavit, 2011) למעשה עכשיו נוסחה 6 היא חישוב פשוט של ממוצעים ונגזרות מהירות. הנתונים על המהירות נתונים ישירות ממדידות PTV ולכן יהיה ניתן לחשב את הגרר כך.

### חישוב מתוך מדידות PTV

במחקר ננסה למדוד את הגרר מתוך המידע של ניסוי PTV. הניסוי יכול לתת באופן ישיר את כל המסלולים של החלקיקים ולכן גם בקלות ניתן לחשב את תאוצת החלקיקים. בעזרת התאוצה של כל חלקיק יהיה ניתן לחשב את ווקטור הכוח שמופעל על כל חלקיק באמצעות החוק השני של ניוטון (נוסחה 9)

(9)

ובגלל החוק השלישי של ניוטון הכוח הזה יהיה גם שווה ונגדי לכוח שהחלקיק מפעיל על סביבתו.

בעזרת המידע על הכוחות שכל חלקיק מפעיל יהיה ניתן לחשב את הכוח שכל החלקיקים מפעילים על הבניין. בעזרת זה יהיה אפשר לחשב את הפרש הלחצים ומכאן את הגרר (הרי החיכוך זניח עבור מספרי ריינולדס מעל 1000).

# References

Britter, R. E., & Hanna., S. R. (2003). Flow and dispersion in urban areas. *Annual Review of Fluid Mechanics 35.1*, 469-496.

Brunet, Y., Finnigan, J. J., & Raupach., M. R. (1994). A wind tunnel study of air flow in waving wheat: single-point velocity statistics. *Boundary-Layer Meteorology 70.1-2*, 95-132.

Fox, R. W., McDoland, A. T., & Pritchard, P. J. (1998). *Introduction to fluid mechanics.* New York: John Wiley & Sons.

Maas, H. G., Gruen, A., & Papantoniou, D. (1993). Particle tracking velocimetry in three-dimensional flows. *Experiments in Fluids 15.2*, 133-146.

Moltchanov, S., Bohbot-Raviv, Y., & Shavit, U. (2011). Dispersive stresses at the canopy upstream edge. *Boundary-layer meteorology 139.2*, 333-351.

Toschi, F., & Bodenschatz, E. (2009). Lagrangian properties of particles in turbulence. *Annual review of fluid mechanics 41*, 375-404.

Virant, M., & Themistocles, D. (1997). 3D PTV and its application on Lagrangian motion. *Measurement science and technology 8*, 1539.